

## 1. Introdução

Uma grandeza muito importante para o estudo de colisões é o momento linear ou quantidade de movimento, representado por  $\vec{p}$  e definido por:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (1)$$

Onde:  $m$  é a massa e  $\vec{v}$  a velocidade do objeto em questão.

De acordo com a segunda lei de Newton, têm-se:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2)$$

$\vec{F}$  é a resultante das forças externas que atuam sobre o corpo. Então, quando esta resultante for nula, o momento  $\vec{p}$  do corpo deve se conservar.

Num sistema com vários corpos, é possível definir o momento total como:

$$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i \quad (3)$$

Para um sistema de corpos, continua valendo a Equação 2, e, portanto, se a resultante de todas as forças externas sobre o sistema for nula, o momento total  $\vec{p}$  deverá ser constante. E as forças internas? De acordo com a terceira lei de Newton, conhecida como *lei da ação e reação*, as forças de interação entre dois corpos quaisquer são sempre de mesmo módulo e direção, mas de sentido contrário. Portanto, a resultante de todas as forças internas ao sistema é sempre nula. Assim, podemos enunciar o “Princípio da Conservação do Momento” como: “Num sistema isolado, no qual a resultante de todas as forças externas seja nula, o momento total do sistema se conserva”.

Estudando uma colisão entre dois corpos, é possível definir um sistema isolado, no qual a força resultante atuando sobre o sistema seja nula, e que, portanto, o princípio da conservação de momento linear seja obedecido. A partir deste fato, é possível tirar conclusões importantes sobre a colisão, sem necessariamente ter muito conhecimento sobre os detalhes da colisão em si.

Considere a colisão entre dois corpos ilustrada na Figura 1, e, se  $\vec{p}_i$  é o momento total antes e  $\vec{p}_f$  é o momento total depois, é correto escrever:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \quad (4)$$

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad (5)$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (6)$$

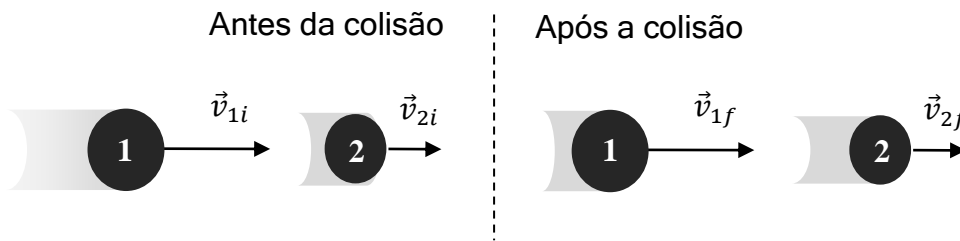


Figura 1. Ilustração de uma colisão entre dois corpos.

Entretanto, não se pode confundir a conservação de momento linear com a conservação de energia. Nas colisões que ocorrem em sistemas fechados e isolados, há sempre conservação de momento linear, porque não há forças externas atuando sobre o sistema, mas, na maioria das vezes, não há conservação da energia cinética. Portanto, as colisões podem ser classificadas em Elásticas, quando há conservação de energia e de momento, e Inelásticas, quando se conserva apenas a quantidade de movimento e há perda de energia cinética para outras formas de energia, como energia térmica e energia sonora. Nos casos extremos, dos corpos ficarem unidos pós o choque, denomina-se de colisão totalmente inelástica.

Um parâmetro utilizado para classificar o tipo de colisão entre dois corpos é o coeficiente de restituição ( $e$ ), definido como a razão entre o módulo da velocidade de afastamento (após o choque) e o módulo da velocidade de aproximação (antes do choque). O coeficiente de restituição é dado, portanto, pela Equação 7 e assume valores diferentes para cada tipo de colisão.

$$e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}} \quad (7)$$

- Choque elástico:  $e = 1$
- Choque inelástico:  $0 < e < 1$
- Choque totalmente inelástico:  $e = 0$

## 2. Objetivos

Nesta experiência, serão estudadas colisões unidimensionais entre dois carrinhos sobre o trilho de ar. Os alunos deverão aprender a classificar colisões unidimensionais entre dois carrinhos, na ausência de atrito, além de verificar a validade do princípio da conservação do momento linear e da energia cinética.

## Procedimento Experimental sem Filmagem

### 3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Trilho de ar
- Turbina para fluxo de ar
- Dois carrinhos
- Dois sensores óticos
- Acessórios para simulação dos tipos de colisão: elástico, agulha, encaixe com massa de modelar
- Massas adicionais de 10 g para aumentar a massa dos carrinhos
- Cronômetro digital
- Balança
- Fios diversos, hastes e suportes

O arranjo experimental está ilustrado na Figura 2. Neste arranjo experimental, um “colchão de ar” é gerado entre a superfície inferior do carrinho e o trilho, eliminando quase que totalmente a força de atrito.

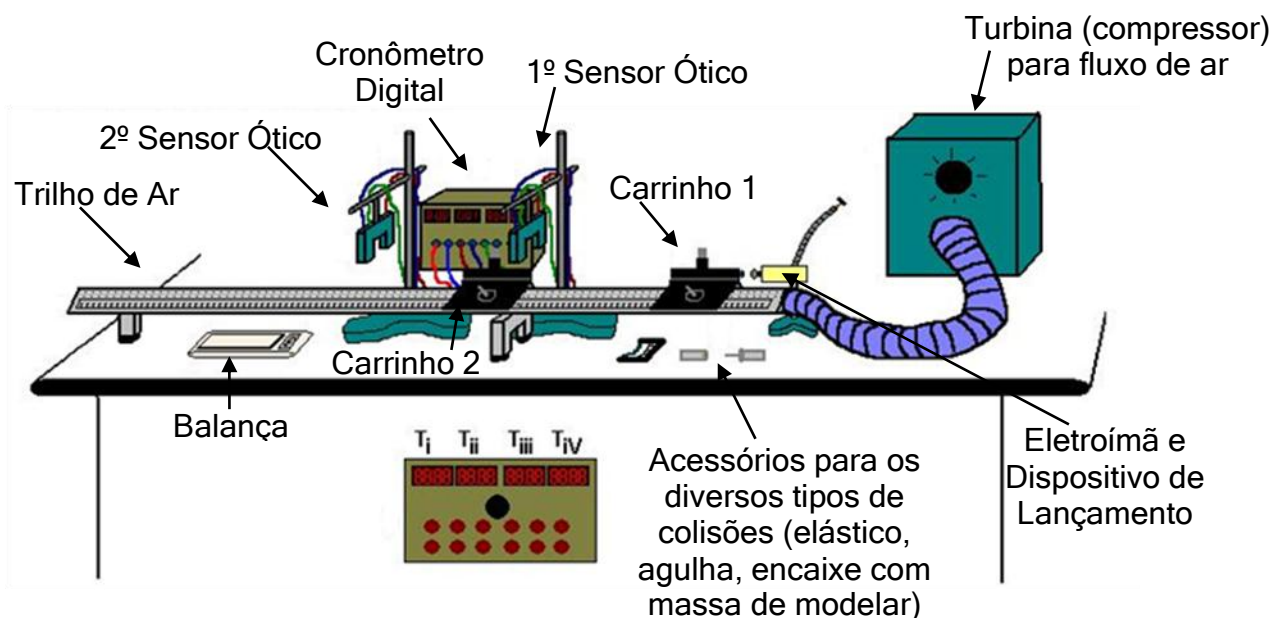


Figura 2. Esquema do aparato experimental (ilustração - Flávio C.T. Maia).

### Roteiro Experimental:

- i. Nivele cuidadosamente o trilho. Este experimento é muito sensível ao alinhamento do trilho. Por isso, atente para que os três pés do trilho estejam corretamente ajustados. Se preciso, use pequenos pedaços de papel para elevar o pé que não tem ajuste de altura;
- ii. Meça o comprimento da haste dos dois carrinhos, utilizando o paquímetro e **discuta com o seu grupo a finalidade desta medida**;
- iii. Determine as massas dos dois carrinhos, com acessórios, utilizando a balança. Para que o carrinho não fique desequilibrado pela colocação do acessório, utilize sempre um acessório de cada lado do carrinho, ou nenhum acessório, no caso da colisão inelástica. Uma sugestão de composição de acessório é apresentada na Tabela 1;
- iv. Recomenda-se buscar utilizar os carrinhos com massas semelhantes entre si, para facilitar a análise da coerência dos tempos medidos. Se preciso, podem ser adicionadas massas ao carrinho;
- v. Para impulsionar o carrinho 1 utilize o elástico ou preso ao carrinho ou preso ao trilho, dependendo do arranjo de acessórios escolhido;
- vi. Sugere-se manter o carrinho 2, adaptado para o tipo de colisão desejada, entre os dois sensores óticos;
- vii. Desligue a chave e registre os tempos dos cronômetros;
- viii. Analise o que cada tempo representa e a que carrinho ele se refere;
- ix. Repita os procedimentos de iv a viii, pelo menos, mais 4 vezes, anotando os tempos obtidos;
- x. Repita os procedimentos de iv a iv, adaptando os carrinhos de modo a reproduzir os diversos tipos de colisão;

**Não se esqueça de anotar das incertezas de todos os instrumentos utilizados!**

Tabela 1. Sugestão de composição de acessórios nos carrinhos.

|                   |                                | Tipo de Colisão |               |                       |
|-------------------|--------------------------------|-----------------|---------------|-----------------------|
|                   |                                | Elástica        | Inelástica    | Totalmente Inelástica |
| <b>Carrinho 1</b> | Acessório Interno <sup>1</sup> | Elástico        | Sem acessório | Agulha                |
|                   | Acessório Externo <sup>2</sup> | Elástico        | Sem acessório | Elástico              |
| <b>Carrinho 2</b> | Acessório Interno <sup>1</sup> | Sem acessório   | Sem acessório | Encaixe da agulha     |
|                   | Acessório Externo <sup>2</sup> | Sem acessório   | Sem acessório | Elástico              |

<sup>1</sup>Acessório interno: acessório colocado na lateral que colide com outro carrinho.

<sup>2</sup>Acessório externo: acessório colocado na lateral que não colide com outro carrinho.

#### 4. Tabela de Dados

Tabela 2. Dados coletados na experiência de colisões.

| Primeiro Arranjo:         |                     |                     |                     | Segundo Arranjo:          |                     |                     |                     | Terceiro Arranjo:         |                     |                     |                     |
|---------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Massa do Carrinho 1 (kg)= | $\pm$               | $\Delta X_1$ (cm)=  | $\pm$               | Massa do Carrinho 1 (kg)= | $\pm$               | $\Delta X_1$ (cm)=  | $\pm$               | Massa do Carrinho 1 (kg)= | $\pm$               | $\Delta X_1$ (cm)=  | $\pm$               |
| Massa do Carrinho 2 (kg)= | $\pm$               | $\Delta X_2$ (cm)=  | $\pm$               | Massa do Carrinho 2 (kg)= | $\pm$               | $\Delta X_2$ (cm)=  | $\pm$               | Massa do Carrinho 2 (kg)= | $\pm$               | $\Delta X_2$ (cm)=  | $\pm$               |
|                           | $\Delta t_{1i}$ (s) | $\Delta t_{1f}$ (s) | $\Delta t_{2f}$ (s) |                           | $\Delta t_{1i}$ (s) | $\Delta t_{1f}$ (s) | $\Delta t_{2f}$ (s) |                           | $\Delta t_{1i}$ (s) | $\Delta t_{1f}$ (s) | $\Delta t_{2f}$ (s) |
| Medida 1                  |                     |                     |                     | Medida 1                  |                     |                     |                     | Medida 1                  |                     |                     |                     |
| Medida 2                  |                     |                     |                     | Medida 2                  |                     |                     |                     | Medida 2                  |                     |                     |                     |
| Medida 3                  |                     |                     |                     | Medida 3                  |                     |                     |                     | Medida 3                  |                     |                     |                     |
| Medida 4                  |                     |                     |                     | Medida 4                  |                     |                     |                     | Medida 4                  |                     |                     |                     |
| Medida 5                  |                     |                     |                     | Medida 5                  |                     |                     |                     | Medida 5                  |                     |                     |                     |
| <b>Média (s)</b>          |                     |                     |                     | <b>Média (s)</b>          |                     |                     |                     | <b>Média (s)</b>          |                     |                     |                     |
| Desv. Pad. (s)            |                     |                     |                     | Desv. Pad. (s)            |                     |                     |                     | Desv. Pad. (s)            |                     |                     |                     |
| $\sigma_a$ (s)            |                     |                     |                     | $\sigma_a$ (s)            |                     |                     |                     | $\sigma_a$ (s)            |                     |                     |                     |
| $\sigma_b$ (s)            |                     |                     |                     | $\sigma_b$ (s)            |                     |                     |                     | $\sigma_b$ (s)            |                     |                     |                     |
| $\sigma_c$ (s)            |                     |                     |                     | $\sigma_c$ (s)            |                     |                     |                     | $\sigma_c$ (s)            |                     |                     |                     |
| Resultado                 | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | Resultado                 | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | Resultado                 | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           |
| v (m/s)                   |                     |                     |                     | v (m/s)                   |                     |                     |                     | v (m/s)                   |                     |                     |                     |
| $\sigma_v$ (m/s)          |                     |                     |                     | $\sigma_v$ (m/s)          |                     |                     |                     | $\sigma_v$ (m/s)          |                     |                     |                     |
| v =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | v =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | v =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           |
| p (kg.m/s)                |                     |                     |                     | p (kg.m/s)                |                     |                     |                     | p (kg.m/s)                |                     |                     |                     |
| $\sigma_p$ (kg.m/s)       |                     |                     |                     | $\sigma_p$ (kg.m/s)       |                     |                     |                     | $\sigma_p$ (kg.m/s)       |                     |                     |                     |
| p =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | p =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | p =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           |
| E (J)                     |                     |                     |                     | E (J)                     |                     |                     |                     | E (J)                     |                     |                     |                     |
| $\sigma_E$ (J)            |                     |                     |                     | $\sigma_E$ (J)            |                     |                     |                     | $\sigma_E$ (J)            |                     |                     |                     |
| E =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | E =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | E =                       | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           | ( $\pm$ )           |
| $p_i$ =( $\pm$ )          |                     | $p_f$ =( $\pm$ )    |                     | $p_i$ =( $\pm$ )          |                     | $p_f$ =( $\pm$ )    |                     | $p_i$ =( $\pm$ )          |                     | $p_f$ =( $\pm$ )    |                     |
| $E_i$ =( $\pm$ )          |                     | $E_f$ =( $\pm$ )    |                     | $E_i$ =( $\pm$ )          |                     | $E_f$ =( $\pm$ )    |                     | $E_i$ =( $\pm$ )          |                     | $E_f$ =( $\pm$ )    |                     |

## 5. Discussão

1. Para cada caso investigado, determine as velocidades inicial e final dos carros 1 e 2, com suas respectivas incertezas, determinadas por propagação de incertezas.
2. Determine também as quantidades de movimento e as energias cinéticas inicial e final para cada carrinho e para o sistema todo, todas com incertezas.
3. Faça uma análise global de seus resultados e responda, em cada caso, se houve conservação de energia e de momento linear, comparando com o que era esperado teoricamente.
4. No caso não haver conservação, qual a diferença relativa percentual entre os valores finais e iniciais em cada situação?
5. Calcule o coeficiente de restituição em cada caso.
6. Quais as maiores dificuldades encontradas na execução do experimento?



# Procedimento Experimental com Filmagem

## 3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Trilho de ar
- Turbina para fluxo de ar
- Dois carrinhos
- Acessórios para simulação dos tipos de colisão: elástico, agulha, encaixe com massa de modelar
- Massas adicionais de 10g para aumentar a massa de um dos carrinhos
- Câmera digital ou celular
- Balança
- Hastes e suportes

O arranjo experimental está ilustrado na Figura 3. Neste arranjo experimental, um “colchão de ar” é gerado entre a superfície inferior do carrinho e o trilho, eliminando quase que totalmente a força de atrito.

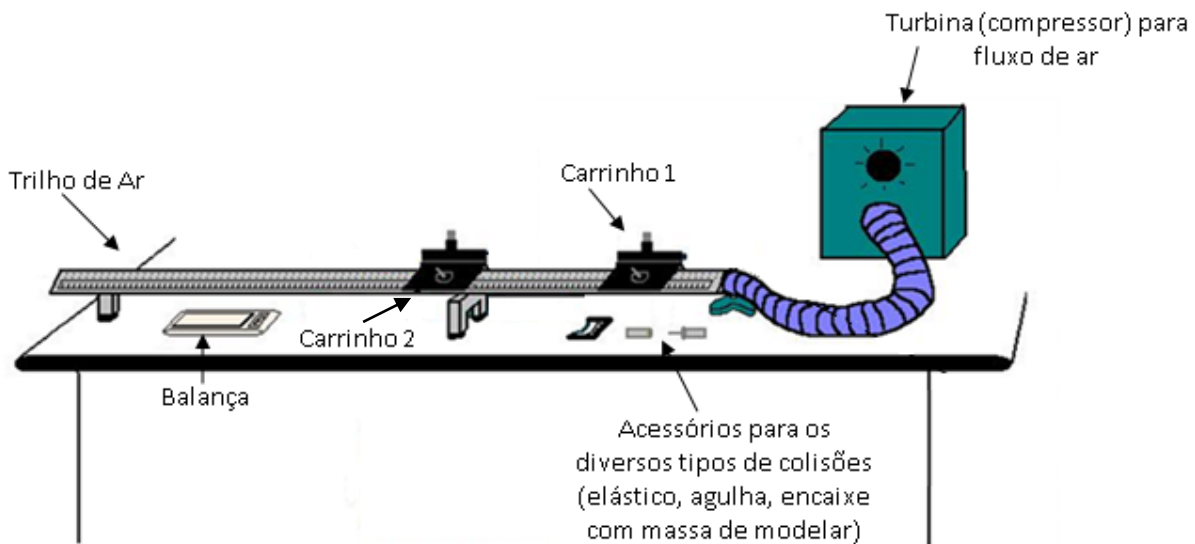


Figura 3. Esquema do aparato experimental (ilustração - Flávio C.T. Maia).

### Roteiro Experimental:

- i. Nivele cuidadosamente o trilho. Este experimento é muito sensível ao alinhamento do trilho. Por isso, atente para que os três pés do trilho estejam corretamente ajustados. Se preciso, use pequenos pedaços de papel para elevar o pé que não tem ajuste de altura;
- ii. Determine as massas dos dois carrinhos, com acessórios, utilizando a balança. Para que o carrinho não fique desequilibrado pela colocação do acessório, utilize sempre um acessório de cada lado do carrinho, ou nenhum acessório, no caso da colisão inelástica. Uma sugestão de composição de acessório é apresentada na Tabela 1;
- iii. Recomenda-se que ao carrinho 1 sejam adicionadas massas, pelo menos 20 g de cada lado (total de 40 g), para que o seu momento linear seja maior, e que o carrinho 2 seja mantido inicialmente parado;
- iv. Escolha ou marque um ponto em cada carrinho para ser seguido no Tracker;
- v. Posicione a câmera ou celular o mais próximo possível focando a região da colisão. Atente para que estejam visíveis os pontos de marcação dos carrinhos (item iv) e a régua do trilho, pois esta será usada para determinar a fita de calibração no Tracker;
- vi. Posicione os carrinhos a uma distância em torno de 30 cm;
- vii. Inicie a filmagem e empurre levemente o carrinho 1 na direção do carrinho 2, que deverá ficar inicialmente parado;
- viii. Repita o procedimento vii para os três tipos de colisão.

Tabela 1. Sugestão de composição de acessórios nos carrinhos.

|                   |                                | Tipo de Colisão |               |                       |
|-------------------|--------------------------------|-----------------|---------------|-----------------------|
|                   |                                | Elástica        | Inelástica    | Totalmente Inelástica |
| <b>Carrinho 1</b> | Acessório Interno <sup>1</sup> | Elástico        | Sem acessório | Agulha                |
|                   | Acessório Externo <sup>2</sup> | Elástico        | Sem acessório | Elástico              |
| <b>Carrinho 2</b> | Acessório Interno <sup>1</sup> | Sem acessório   | Sem acessório | Encaixe da agulha     |
|                   | Acessório Externo <sup>2</sup> | Sem acessório   | Sem acessório | Elástico              |

<sup>1</sup>Acessório interno: acessório colocado na lateral que colide com outro carrinho.

<sup>2</sup>Acessório externo: acessório colocado na lateral que não colide com outro carrinho.

#### 4. Tabela de Dados

Tabela 2. Dados coletados na experiência de colisões.

| Primeiro Arranjo: _____     |                  |                   |                   | Segundo Arranjo: _____      |                  |                   |                   | Terceiro Arranjo: _____     |                  |                     |
|-----------------------------|------------------|-------------------|-------------------|-----------------------------|------------------|-------------------|-------------------|-----------------------------|------------------|---------------------|
| Massa do Carrinho 1 (kg)= ± |                  |                   |                   | Massa do Carrinho 1 (kg)= ± |                  |                   |                   | Massa do Carrinho 1 (kg)= ± |                  |                     |
| Massa do Carrinho 2 (kg)= ± |                  |                   |                   | Massa do Carrinho 2 (kg)= ± |                  |                   |                   | Massa do Carrinho 2 (kg)= ± |                  |                     |
|                             | Carrinho 1 antes | Carrinho 1 depois | Carrinho 2 depois |                             | Carrinho 1 antes | Carrinho 1 depois | Carrinho 2 depois |                             | Carrinho 1 antes | Carrinho 1+2 depois |
| v (m/s)                     |                  |                   |                   | v (m/s)                     |                  |                   |                   | v (m/s)                     |                  |                     |
| $\sigma_v$ (m/s)            |                  |                   |                   | $\sigma_v$ (m/s)            |                  |                   |                   | $\sigma_v$ (m/s)            |                  |                     |
| v = ( ± ) ( ± ) ( ± )       |                  |                   |                   | v = ( ± ) ( ± ) ( ± )       |                  |                   |                   | v = ( ± ) ( ± )             |                  |                     |
| p (kg.m/s)                  |                  |                   |                   | p (kg.m/s)                  |                  |                   |                   | p (kg.m/s)                  |                  |                     |
| $\sigma_p$ (kg.m/s)         |                  |                   |                   | $\sigma_p$ (kg.m/s)         |                  |                   |                   | $\sigma_p$ (kg.m/s)         |                  |                     |
| p = ( ± ) ( ± ) ( ± )       |                  |                   |                   | p = ( ± ) ( ± ) ( ± )       |                  |                   |                   | p = ( ± ) ( ± )             |                  |                     |
| E (J)                       |                  |                   |                   | E (J)                       |                  |                   |                   | E (J)                       |                  |                     |
| $\sigma_E$ (J)              |                  |                   |                   | $\sigma_E$ (J)              |                  |                   |                   | $\sigma_E$ (J)              |                  |                     |
| E = ( ± ) ( ± ) ( ± )       |                  |                   |                   | E = ( ± ) ( ± ) ( ± )       |                  |                   |                   | E = ( ± ) ( ± )             |                  |                     |
|                             | $p_i = ( \pm )$  | $p_f = ( \pm )$   |                   | $p_i = ( \pm )$             | $p_f = ( \pm )$  |                   |                   | $p_i = ( \pm )$             | $p_f = ( \pm )$  |                     |
|                             | $E_i = ( \pm )$  | $E_f = ( \pm )$   |                   | $E_i = ( \pm )$             | $E_f = ( \pm )$  |                   |                   | $E_i = ( \pm )$             | $E_f = ( \pm )$  |                     |

## 5. Discussão

1. A partir do Tracker, determine as posições dos carrinhos em cada frame e construa uma tabela com as coordenadas  $x$  e  $t$  e suas respectivas incertezas. **Obs: a incerteza do comprimento será adotada como 0,01 m e a do tempo será o tempo entre dois quadros (*frames*).**
2. Para cada caso investigado, com o uso do software SciDAVis, obtenha o gráfico de  **$x$  versus  $t$** , que ilustra a evolução temporal de ambos os carrinhos.
3. Para cada caso investigado, determine as velocidades inicial e final dos carros 1 e 2, com suas respectivas incertezas, determinadas através do ajuste linear.
4. Determine também as quantidades de movimento e as energias cinéticas inicial e final para cada carrinho e para o sistema todo, todas com incertezas.
5. Faça uma análise global de seus resultados e responda, em cada caso, se houve conservação de energia e de momento linear, comparando com o que era esperado teoricamente.
6. No caso não haver conservação, qual a diferença relativa percentual entre os valores finais e iniciais em cada situação?
7. Calcule o coeficiente de restituição em cada caso.
8. Quais as maiores dificuldades encontradas na execução do experimento?