

Movimento Parabólico

1. Introdução

Nesta experiência, será estudado o Movimento Parabólico que é executado por um projétil quando é lançado com uma velocidade inicial \vec{v}_0 , formando um ângulo θ com a horizontal. A trajetória parabólica ocorrerá se a resistência do ar for desprezível e a altura atingida pelo projétil for pequena, de modo que a aceleração da gravidade pode ser considerada constante. Uma ilustração deste tipo de movimento está apresentada na Figura 1.

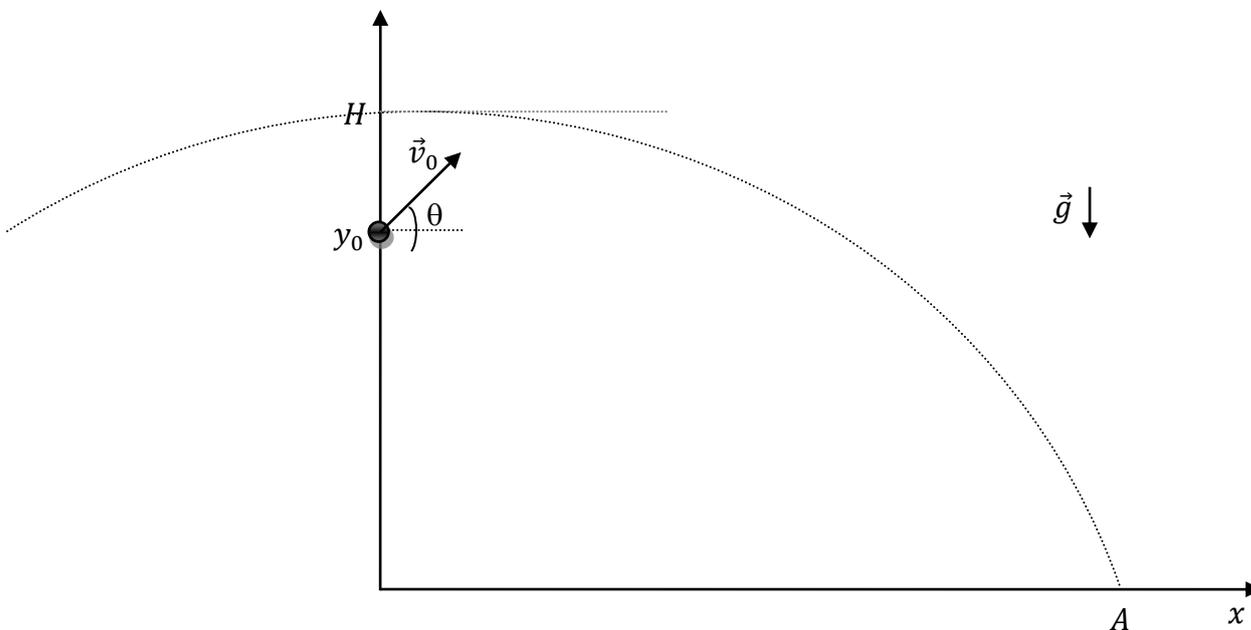


Figura 1. Ilustração de um movimento parabólico.

Podemos decompor o movimento do projétil nas direções x e y . Desprezando a resistência do ar, a única força que age sobre o corpo após o lançamento é a força peso, que tem direção vertical (direção y). Assim sendo, o movimento na direção x é retilíneo uniforme e na direção y é retilíneo uniformemente variado, sob ação da aceleração da gravidade. Considerando que o projétil é lançado no instante $t_0 = 0$ com velocidade \vec{v}_0 , têm-se:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t \quad (1)$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Onde: v_{0x} e v_{0y} são as componentes da velocidade inicial nas direções de x e de y respectivamente, e valem:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta \quad (3)$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta \quad (4)$$

Considerando um caso mais simples, ilustrado na Figura 2, no qual o projétil é lançado horizontalmente da posição inicial $y_0 = H$ e $x_0 = 0$, ou seja, com $\theta = 0$, $v_{0y} = 0$ e $v_{0x} = v_0$, as Equações 1 e 2 se reduzem a:

$$x = v_0 \cdot t \quad (5)$$

$$y = H - \frac{1}{2}gt^2 \quad (6)$$

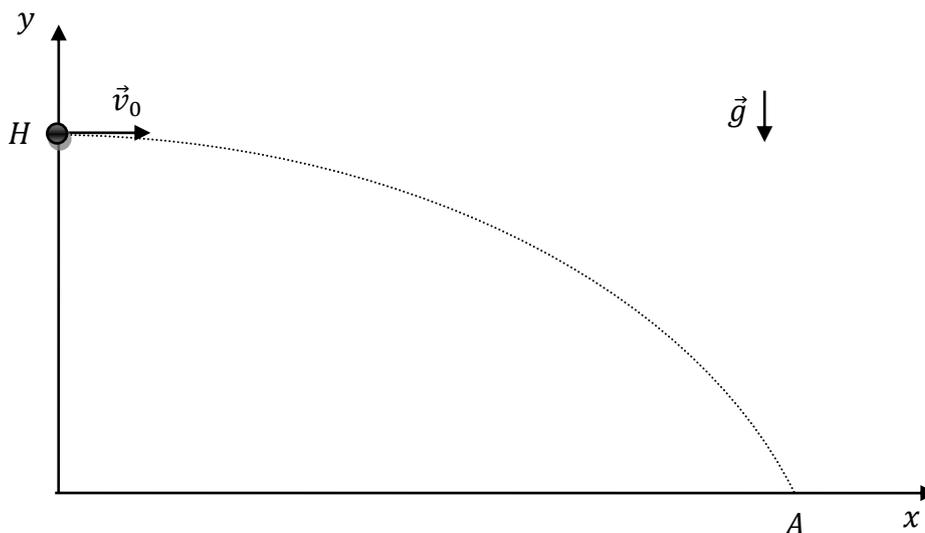


Figura 2. Ilustração de um movimento parabólico simplificado (lançamento horizontal).

O alcance (A) do projétil é definido como a distância em x entre o ponto de lançamento e o ponto de impacto com o solo. O instante de impacto é

denominado de t_A . As grandezas A e t_A são determinadas fazendo $y(t_A) = 0$ e $x(t_A) = A$ nas Equações 5 e 6. Desta forma:

$$t_A = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (7)$$

$$A = v_0 \cdot t_A = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (8)$$

2. Objetivos

O objetivo desta experiência é contribuir para a compreensão das equações que regem os movimentos parabólicos por meio do lançamento horizontal de uma esfera de borracha. Além disso, o aluno aprenderá a determinar a partir dos dados experimentais o coeficiente de restituição do choque da bola com o solo, a velocidade horizontal e o valor da aceleração da gravidade.

3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Dispositivo para lançamento horizontal de projéteis
- Bola de borracha
- Câmera digital ou celular para filmagem
- Tripé para fixação da câmera digital ou celular
- Régua graduada fixada na horizontal ou vertical

As Figuras 3 e 4 mostram o esquema do aparato experimental utilizado. O dispositivo de lançamento é uma calha de alumínio que tem uma extremidade fixa na base do lançador e outra extremidade móvel (Figura 3). A velocidade de lançamento é regulada pela altura da extremidade móvel da calha ou pela posição que a bola de borracha é posicionada.

Alternativamente o movimento parabólico pode ser gerado através do lançamento para cima da bola utilizando a mão (Figura 4).

A análise do movimento será partir da borda da bancada para o lançamento efetuando com a rampa (Figura 3) ou a partir da altura máxima quando efetuado pelo lançamento com a mão (Figura 4).

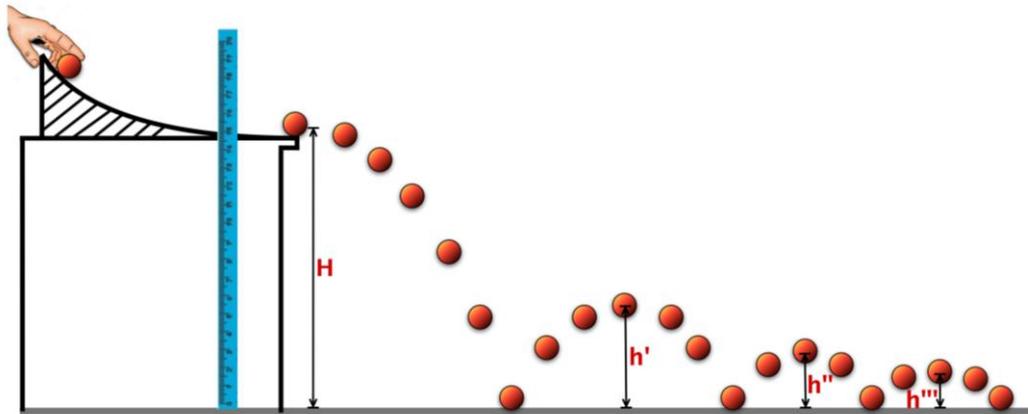


Figura 3. Esquema do aparato experimental do movimento parabólico com lançamento a partir de uma rampa.

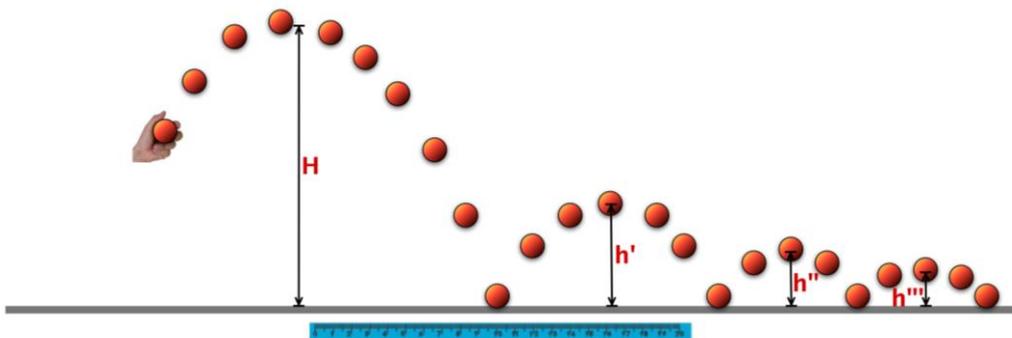


Figura 4. Esquema do aparato experimental do movimento parabólico com lançamento a partir da mão.

A filmagem permitirá registrar o movimento da bola desde o seu lançamento até a sua chegada no solo. Além disso, também vai permitir o registro dos inúmeros choques da bola com o solo, possibilitando o estudo da perda de energia. Supondo que a energia mecânica se conserva antes (a) e depois (d) colisão (veja a Figura 5), têm-se:

$$\frac{1}{2}mv_a^2 = mgh_a = mgH \quad (9)$$

$$\frac{1}{2}mv_d^2 = mgh_d = mgh' \quad (10)$$

dividindo a equação 10 pela 9, encontra-se o coeficiente de restituição:

$$r = \frac{v_d}{v_a} = \sqrt{\frac{h'}{H}} = \sqrt{\frac{h''}{h'}} = \sqrt{\frac{h'''}{h''}} \quad (11)$$

Pode-se afirmar que a altura atingida pela bola após o choque será uma fração da altura de onde ela caiu ($h' = r^2 H$). Mesmo que existam outros choques, o coeficiente de restituição (r) sempre será o mesmo. A depender do valor de r , o choque pode ser elástico ($0 < r \leq 1$) ou inelástico ($r = 0$).

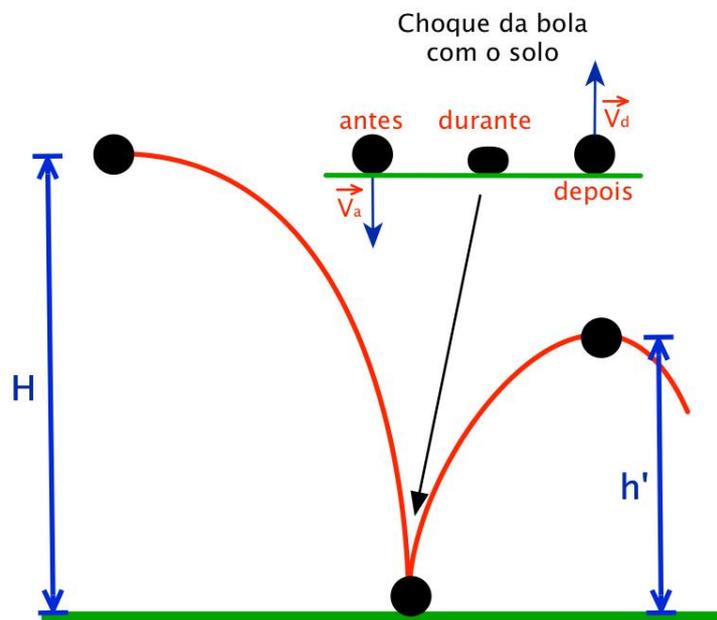


Figura 5. Desenho da trajetória do lançamento horizontal da altura H e também mostra a interação da bola de borracha com o solo e a altura (h') alcançada após o choque. Esse mesmo comportamento se repete para os outros choques.

ATENÇÃO: Escolha o roteiro experimental #1 ou #2.

Roteiro Experimental #1:

- i. Posicione a calha de acordo com a Figura 3, na borda da bancada, e posicione uma régua que poderá estar na vertical ou horizontal;
- ii. Posicione a bola na calha;

- iii. Posicione a câmera digital ou o celular alinhado com o sistema de referência e que o enquadramento tenha a bola desde a borda da bancada até o solo, a régua de referência, incluindo pelo menos 4 (quatro) choques no solo e as alturas alcançadas h' , h'' , h''' . Faça um teste antes de começar a filmar;
- iv. Ligue a câmera digital ou celular para efetuar a filmagem;
- v. Transfira a filmagem para o computador e realize a análise via o software Tracker;

Roteiro Experimental #2:

- i. Segure a bola com uma das mãos de acordo com a Figura 4 e posicione uma régua que poderá estar na vertical ou horizontal;
- ii. Posicione a câmera digital ou o celular alinhado com o sistema de referência e que o enquadramento tenha a bola desde a saída da mão até o solo, a régua de referência, incluindo pelo menos 4 (quatro) choques no solo e as alturas alcançadas h' , h'' , h''' . Faça um teste antes de começar a filmar;
- iii. Ligue a câmera digital ou celular para efetuar a filmagem;
- iv. Transfira a filmagem para o computador e realize a análise via o software Tracker;

5. Discussão

1. Meça as coordenadas do espaço (x,y), clicando no centro da bola, e o tempo em cada *frame* (quadro da filmagem) com as respectivas incertezas a partir da borda da bancada (roteiro experimental #1) ou da altura máxima (roteiro experimental #2).
2. Para incerteza do tempo, adote o menor tempo que a câmera ou celular consegue filmar entre *frames*.
3. Para incerteza dos espaços x e y, depois de medir as coordenadas, posicione o cursor nas extremidades do objeto e anote os valores de x e de y da esquerda e da direita, acima e abaixo. O módulo da diferença dividido por dois corresponderá à incerteza de x e à incerteza de y ($\sigma_x = \left| \frac{x_{direita} - x_{esquerda}}{2} \right|$, $\sigma_y = \left| \frac{y_{acima} - y_{abaixo}}{2} \right|$).
4. Faça um gráfico **y(m) versus x(m)** da borda da bancada ou da altura máxima, até o último choque filmado.
5. Determine a partir do gráfico **y(m) versus x(m)** as posições que a bola toca no solo, indicando qual delas corresponde ao alcance.
6. Determine a partir do gráfico **y(m) versus x(m)** as alturas H, h', h'' e h''' e calcule os coeficientes de restituições de cada choque (r).
7. Houve conservação de r nas diferentes colisões? Para responder, considere aceitável uma diferença relativa percentual¹ de até 20% ao r determinado entre H e h'. Discuta o resultado obtido.
8. Suponha que o experimento tenha sido repetido com uma bola de elasticidade diferente (maior ou menor). O r seria o mesmo obtido no item 3? Faça os devidos comentários.
9. Faça um gráfico **y(m) versus t(s)** da borda da bancada ou da altura máxima até a bola tocar pela primeira vez no solo e determine a

¹ A diferença relativa percentual, neste caso, é a diferença absoluta entre valores subsequentes de coeficientes de restituição dividida pelo valor de um dos coeficientes, expressa em termos percentuais. Para o exemplo do primeiro choque: $D (\%) = \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1} \right) \times 100\%$.

aceleração gravitacional (g) no SI através de um ajuste parabólico (equação do 2° grau) utilizando o SciDAVis, com a sua respectiva incerteza. Além do gráfico, deve ser feito um “print screen” dos parâmetros do ajuste.

10. Calcule o erro percentual da aceleração gravitacional considerando o valor teórico igual a $9,8 \text{ m/s}^2$.
11. Sabendo que erros de até 10% no valor da gravidade podem ser considerados como esperados, dado ao tipo de experimento que foi realizado, discuta o resultado do item anterior, enumerando as possíveis fontes de erro.
12. Faça um gráfico **$x(m)$ versus $t(s)$** da borda da bancada ou da altura máxima até a bola tocar pela última vez no solo e determine a velocidade horizontal no SI através de um ajuste linear (equação do 1° grau) utilizando o SciDAVis, com a sua respectiva incerteza. Além do gráfico deve ser feito um “print screen” dos parâmetros do ajuste.
13. O comportamento do gráfico do item 12 foi linear mesmo com a bola tocando no chão várias vezes? Faça uma discussão a respeito deste gráfico.
14. Faça uma discussão se a velocidade encontrada no item 12 tem correlação com a velocidade inicial do movimento.