

Determinação experimental de π

1. Introdução

Neste experimento, utilizaremos um paquímetro, uma régua e uma fita métrica para fazer medidas de dimensões. Com estas medidas, será possível estimar experimentalmente o valor de π , além de permitir o entendimento de como é feita a leitura no paquímetro e qual a diferença de precisão entre ele e a fita métrica.

1.1. O paquímetro

Ao medirmos com uma régua, a menor divisão, que é denominada de resolução, é normalmente 1 mm. Para se medir décimos de mm ou até centésimos de mm, bastaria então acrescentar mais subdivisões à escala. Na prática isto é inviável, visto que os traços das subdivisões ficariam tão próximos que seria impossível visualizá-los.

Uma forma de contornar este problema é utilizando um paquímetro. O paquímetro é uma régua normal equipada com uma escala móvel chamada nônio ou vernier, que permite medições de décimos ou centésimos de mm, dependendo das divisões da escala. A Figura 1 apresenta uma ilustração de um paquímetro.

A diferença entre a régua e o paquímetro é o nônio ou vernier, que tem este nome em homenagem aos seus inventores o português Pedro Nunes e o francês Pierre Vernier. O nônio (como passaremos a chamar a escala móvel a partir deste ponto) é uma ampliação da menor divisão da escala fixa, com novas divisões. A resolução do paquímetro, ou seja, sua menor divisão, é obtida pela divisão da resolução da escala fixa pelo número de divisões do nônio.

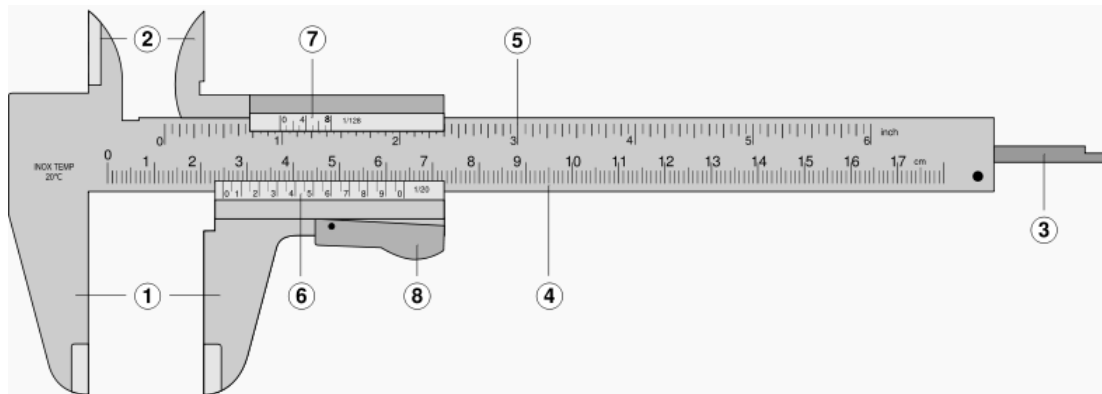


Figura 1. Ilustração de um paquímetro: 1: bicos (esquerdo fixo e direito móvel), 2: orelhas (esquerda fixa e direita móvel), 3: haste de profundidade, 4: escala fixa inferior (graduada em centímetros), 5: escala fixa superior (graduada em polegadas), 6: escala móvel (nônio ou vernier) inferior (cm), 7: escala móvel (nônio ou vernier) superior (polegada), 8: impulsor e trava. Em vários paquímetros, o impulsor e a trava são dispositivos distintos, ficando esta última na parte superior.

Para facilitar a compreensão, vamos apresentar um exemplo de um nônio simples, cuja escala tem 10 divisões e está acoplado a uma escala fixa cuja menor divisão é 1 mm, como ilustrado na Figura 2.

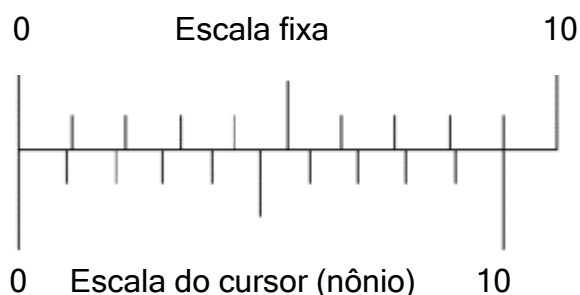


Figura 2. Ilustração de um nônio.

Na escala fixa, a menor divisão da escala é 1 mm. Já o nônio têm comprimento total de 9 mm, e, portanto, a sua menor divisão da escala é de 0,9 mm. Conseqüentemente, quando os zeros das duas escalas coincidem, a distância entre o 1 (primeiro traço) da escala principal e o 1 (primeiro traço) do nônio é de 0,1 mm, entre o 2 (segundo traço) da escala principal e o 2 (segundo traço) do nônio é de 0,2 mm, e assim por diante até o nono traço, cuja distância entre escalas é de 0,9 mm. Portanto, a utilização deste nônio permite que se avalie até 0,1 mm, que é 1/10 da menor divisão da escala fixa.

Para melhor compreensão, imagine que uma peça seja colocada entre os bicos do paquímetro. Quando isto é feito, a escala móvel se desloca exatamente o tamanho da peça. Então, se colocarmos uma peça de 0,1 mm entre os bicos, os zeros das duas escalas da Figura 2.2 deixarão de ser coincidentes. A posição do zero da escala móvel é que indicará o tamanho da peça. Mas seria possível ler na escala fixa o deslocamento de 0,1 mm do zero da escala móvel? Não, certamente não seria possível ter certeza da distância entre os zeros. Mas lembre agora das distâncias entre os traços de cada escala. O que aconteceria com o primeiro traço da escala móvel? Ele agora coincidiria com o primeiro traço da escala fixa! E se colocássemos uma peça de 0,2 mm? O segundo traço seria o único a coincidir. E assim, sucessivamente. Portanto, a utilização deste nônio diminui a resolução de 1 mm, na régua fixa, para 0,1 mm, no paquímetro.

Neste nosso exemplo, a resolução foi de 0,1 mm. Mas há vários tipos de paquímetro, com resoluções diferentes, e para determiná-las é preciso saber a menor divisão da escala fixa e do número de divisões do nônio, como apresentado na Equação (1).

$$\text{Resolução} = \frac{\text{unidade da escala fixa}}{\text{número de divisões do nônio}} \quad (1)$$

Exemplos para um paquímetro com unidade da escala fixa de 1 mm

- Nônio com 10 divisões: Resolução = 1 mm / 10 divisões = 0,1 mm
- Nônio com 20 divisões: Resolução = 1 mm / 20 divisões = 0,05 mm
- Nônio com 50 divisões: Resolução = 1 mm / 50 divisões = 0,02 mm

Neste semestre trabalharemos com paquímetros cujo nônio possui 20 divisões, implicando em resolução de 0,05 mm.

Para realizar uma medida com o paquímetro, deve-se:

1. Posicionar a peça a ser medida na região correta do paquímetro: coloque-a entre os bicos para medidas de dimensões externas, coloque as orelhas dentro da peça para medidas de dimensões internas, ou coloque a haste dentro da peça para medidas de profundidade. As Figuras 3 a 5 ilustram cada caso.

2. Após o posicionamento da peça, mova as partes móveis com o polegar atuando no impulsor até que a parte móvel (bico, orelha ou haste) encoste suavemente na peça.

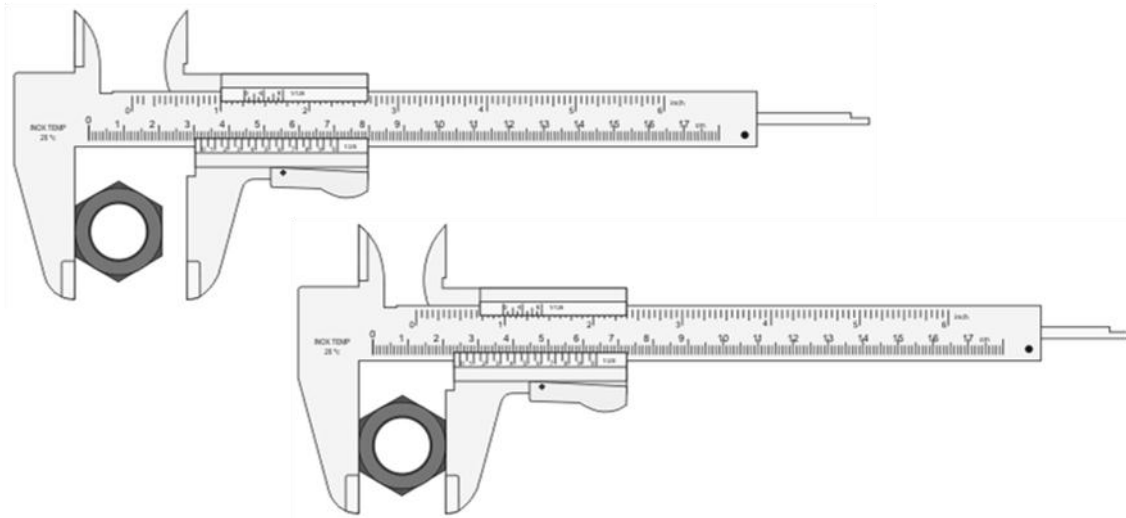


Figura 3. Exemplo de como posicionar um objeto para medida do seu diâmetro externo.

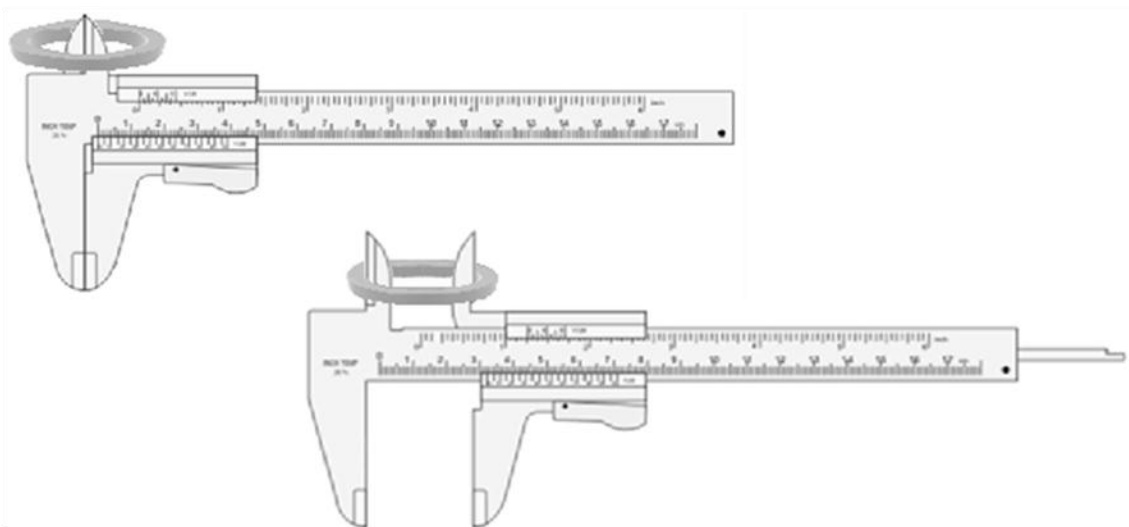


Figura 4. Exemplo de como posicionar um objeto para medida do seu diâmetro interno.

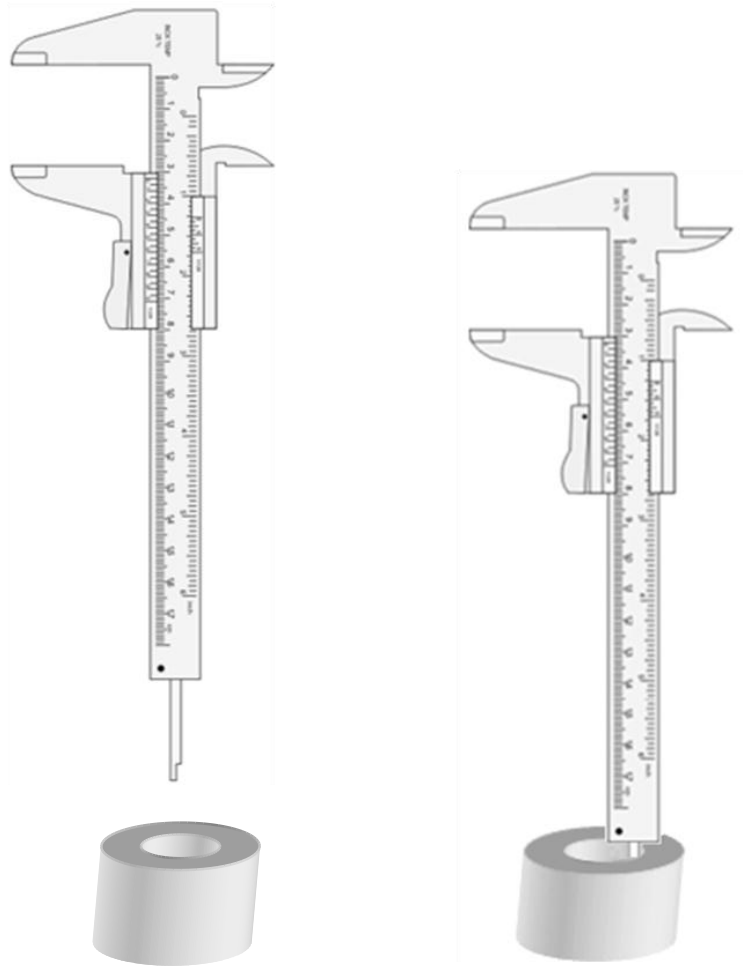


Figura 5. Exemplo de como posicionar um objeto para medida da sua profundidade.

3. Leia, na escala fixa, o número de centímetros inteiros (à esquerda do zero do nônio), como ilustra a Figura 6.

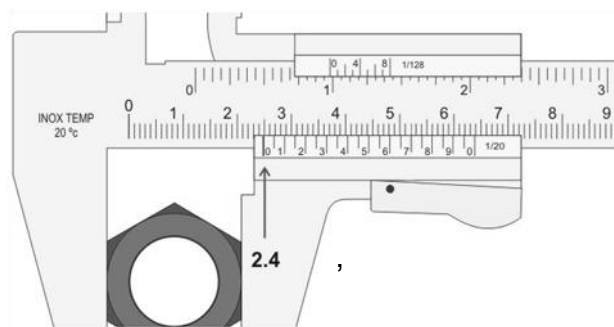


Figura 6. Leitura da escala fixa num exemplo de medida de diâmetro externo.

4. Leia a parte fracionária da medida observando qual traço do nônio coincide com algum traço da escala fixa. Este traço vai fornecer mais casas decimais na leitura. No nosso exemplo, o traço coincidente é o 7, que representa 0,70 mm, ou seja, 0,070 cm. A leitura final deste exemplo é apresentada na Figura 7.

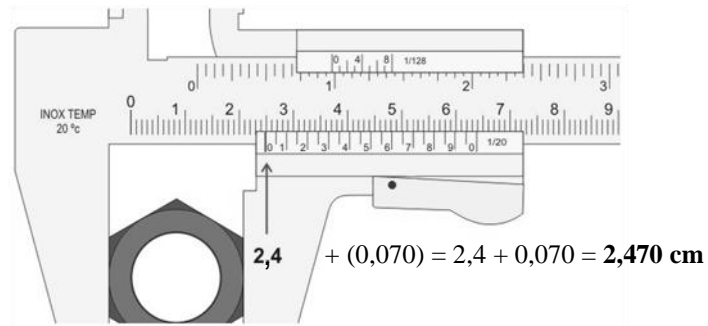
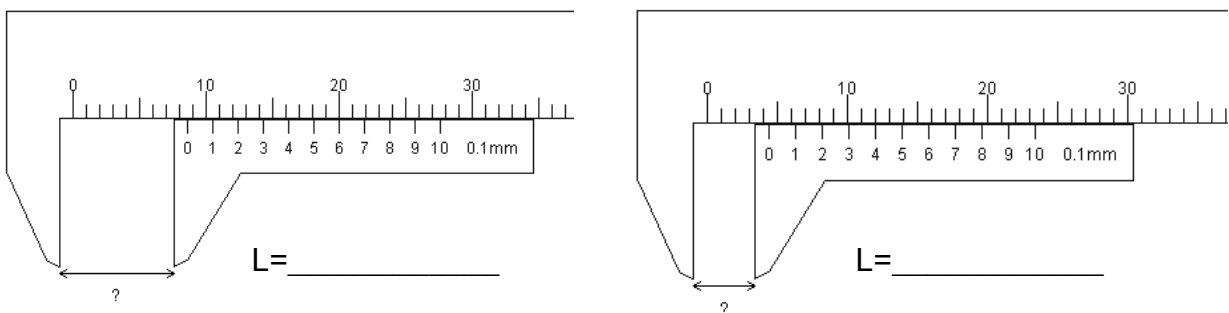


Figura 7. Leitura do nônio num exemplo de medida de diâmetro externo.

Observação: Neste exemplo, o nônio tem 20 divisões e a resolução é 1 mm/20 divisões, ou seja, 0,05 mm = 0,005 cm. Assim, os traços no nônio representam as medidas de 0,005 cm, 0,010 cm, 0,015 cm, ... e 0,095 cm.

Exercício proposto: Indique as leituras exemplificadas nos paquímetros apresentados a seguir.



Nota sobre as resoluções e as incertezas dos instrumentos a serem utilizados:

	Paquímetro	Fita Métrica/Régua
Resolução (mm)	0,05	1
Incerteza Instrumental (mm)	0,05	0,5

Comentário: Para o paquímetro, como não é possível fazer estimativas adicionais, a incerteza instrumental é dada pela resolução. Observe que sempre o algarismo duvidoso será zero ou cinco. Não existe a possibilidade dele ser qualquer número entre zero e nove, como na fita métrica.

Para a régua e para a fita métrica, como é possível fazer a estimativa do algarismo duvidoso, a incerteza instrumental é dada pela resolução dividida por dois.

2. Objetivos

Nesta experiência, o aluno aprenderá a manusear o paquímetro, utilizando-o para medidas que permitirão a determinação experimental de π , entenderá o conceito de precisão instrumental ao compará-lo com a fita métrica e aprenderá a realizar o correto tratamento dos dados para obtenção dos resultados experimentais e suas incertezas.

3. Materiais e Métodos

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- Paquímetro
- Régua (Opcional)
- Fita métrica
- Canos de diâmetros diferentes

Roteiro Experimental:

- i. Utilizando a fita métrica, meça o perímetro de cada cano e anote a incerteza instrumental¹;
- ii. Com o paquímetro, meça o diâmetro de cada cano. Repita cada medida mais 4 vezes;
- iii. Repita o procedimento ii para o cano de menor diâmetro utilizando a régua (ou a fita métrica).

Durante a coleta dos dados, os alunos devem analisar se eles estão dentro do esperado, buscando identificar possíveis erros nas medidas. Dados coletados sem que haja o devido cuidado e atenção levam a resultados incorretos e de difícil discussão.

¹ Neste caso, como será feita apenas uma medida do perímetro, não haverá incerteza do tipo A. Assim, a incerteza no perímetro será apenas a incerteza do tipo B na fita métrica (incerteza instrumental), que é, neste caso, igual à incerteza combinada, ou seja, $\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = \sqrt{0 + \sigma_B^2} = \sigma_B$

4. Tabela de Dados

Tabela 1. Dados coletados com o paquímetro, com a régua e com a fita métrica.

Perímetro (mm):	Diâmetro				
	Cano 1 (menor diâmetro)	Cano 2	Cano 3	Cano 4	Cano 5
	± _____	± _____	± _____	± _____	± _____
	Paquímetro (mm)	Régua (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)
Medida 1					
Medida 2					
Medida 3					
Medida 4					
Medida 5					
Média					
Desvio Padrão da Medida					
σ_a					
σ_b					
σ_c					
Resultado	(_____ ± _____)	(_____ ± _____)	(_____ ± _____)	(_____ ± _____)	(_____ ± _____)

5. Discussão

1. A partir dos dados, determine o valor médio do diâmetro de cada cano e sua respectiva incerteza, para cada um dos instrumentos utilizados;
2. No caso do cano de menor diâmetro, determine as incertezas relativas² em cada caso e discuta a precisão dos instrumentos utilizados;
3. Utilizando os resultados de diâmetro obtidos com o paquímetro e os valores de perímetro obtidos com a fita métrica, construa um gráfico de perímetro (eixo y) versus diâmetro (eixo x), incluindo as incertezas;
4. No gráfico do item anterior, faça o ajuste que melhor representa o comportamento teórico esperado e determine, a partir do ajuste, o valor experimental de π , com sua respectiva incerteza;
5. Compare o valor experimental de π com o valor teórico (3,14) e determine o erro percentual.

² $\sigma_{relativa}(\%) = \frac{\sigma_c}{Média} \times 100\%$. Quanto menor a incerteza relativa, mais preciso é o instrumento.